# Exámenes de Selectividad

Física. Andalucía 2024, Ordinaria

mentoor.es

# Pregunta A. Opción 1. Campo Gravitatorio

a) **Razone si son verdaderos los siguientes enunciados:**
   i. **El trabajo total realizado por las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía mecánica.**
   ii. **Siempre que actúen fuerzas no conservativas la energía mecánica varía.**

b) **Un bloque de masa 150 kg desliza por una superficie horizontal con rozamiento. El bloque se mueve hacia la derecha con velocidad inicial de 3 m/s. Sobre el bloque actúa una fuerza de módulo 20 N dirigida hacia la izquierda y que forma un ángulo de 30° sobre la horizontal, recorriendo 25 m hasta detenerse.**
   i. **Realice un esquema de las fuerzas ejercidas sobre el bloque.**
   ii. **Calcule las variaciones de energía cinética, potencial y mecánica del bloque en el trayecto descrito.**
   iii. **Calcule el trabajo realizado por cada una de las fuerzas aplicadas sobre el bloque.**

**Dato:** $\boldsymbol{g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}}$

**Solución:**

a) **Razone si son verdaderos los siguientes enunciados:**
   i. **El trabajo total realizado por las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía mecánica.**

Las fuerzas no conservativas, como el rozamiento o la resistencia del aire, realizan trabajo que no se almacena en forma de energía potencial mecánica. Según el principio de conservación de la energía, el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía mecánica del sistema:

$$W_{\mathrm{nc}} = \Delta E_{\text{mecánica}} = \Delta E_{\text{cinética}} + \Delta E_{\text{potencial}}.$$

**Por lo tanto, el enunciado es verdadero.**

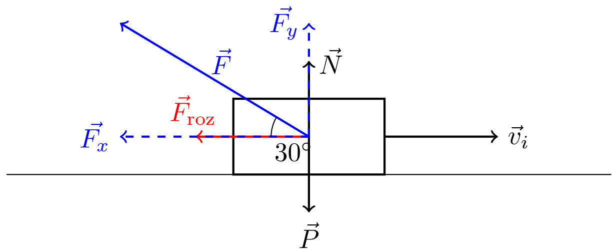
   ii. **Siempre que actúen fuerzas no conservativas la energía mecánica varía.**

Aunque actúen fuerzas no conservativas, la energía mecánica del sistema no necesariamente varía si el trabajo neto realizado por estas fuerzas es cero. Por ejemplo, si un objeto se mueve a velocidad constante sobre una superficie horizontal con rozamiento (fuerza no conservativa), la fuerza de tracción aplicada equilibra exactamente la fuerza de rozamiento. Como no hay aceleración, la energía cinética permanece constante y, al estar en una superficie horizontal, la energía potencial gravitatoria también es constante. Por lo tanto, la energía mecánica no varía.

**Por lo tanto, el enunciado es falso.**

b) **Un bloque de masa 150 kg desliza por una superficie horizontal con rozamiento. El bloque se mueve hacia la derecha con velocidad inicial de 3 m/s. Sobre el bloque actúa una fuerza de módulo 20 N dirigida hacia la izquierda y que forma un ángulo de 30° sobre la horizontal, recorriendo 25 m hasta detenerse.**
   i. **Realice un esquema de las fuerzas ejercidas sobre el bloque.**

El esquema pedido es:




**Por lo tanto, en el esquema se muestran todas las fuerzas actuando sobre el bloque.**

**ii. Calcule las variaciones de energía cinética, potencial y mecánica del bloque en el trayecto descrito.**

La energía cinética inicial es:

$$E_{\text{c,i}} = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(150\,\text{kg})(3\,\text{m/s})^2 = 675\,\text{J}$$

La energía cinética final es $E_{\text{c,f}} = 0$ J, pues el bloque se detiene. Entonces, la variación de energía cinética es:

$$\Delta E_{\text{c}} = E_{\text{c,f}} - E_{\text{c,i}} = 0\,\text{J} - 675\,\text{J} = -675\,\text{J}.$$

En cuanto a la variación de energía potencial gravitatoria, como el movimiento es horizontal y no hay cambio en la altura:

$$\Delta E_{\text{p}} = 0\,\text{J}.$$

Así, la variación de energía mecánica es:

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta E_{\text{c}} + \Delta E_{\text{p}} = -675\,\text{J} + 0\,\text{J} = -675\,\text{J}.$$

**Por lo tanto, las variaciones pedidas son:**
- $\boldsymbol{\Delta E_{\text{c}} = -675\,\text{J}}$**,**
- $\boldsymbol{\Delta E_{\text{p}} = 0\,\text{J}}$**,**
- $\boldsymbol{\Delta E_{\text{mec}} = -675\,\text{J}}$**.**

**iii. Calcule el trabajo realizado por cada una de las fuerzas aplicadas sobre el bloque.**

Las fuerzas que realizan trabajo sobre el bloque son la fuerza aplicada ($\vec{F}$) y la fuerza de rozamiento ($\vec{F}_{\text{roz}}$). La fuerza normal ($\vec{N}$) y el peso ($\vec{P}$) son perpendiculares al desplazamiento y, por ende, no realizan trabajo.

Para el cálculo del trabajo de la fuerza aplicada ($\vec{F}$), primero, descomponemos la fuerza en sus componentes (notemos que la componente del eje vertical no efectuará ningún trabajo):

$$F_x = F\cos(150^\circ) = F\cos(180^\circ - 30^\circ) = -F\cos(30^\circ) = -20\,\text{N}\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -17.32\,\text{N},$$

$$F_y = F\sin(150^\circ) = F\sin(30^\circ) = 20\,\text{N}\cdot\left(\frac{1}{2}\right) = 10\,\text{N}.$$

El trabajo realizado por $\vec{F}$ es:

$$W_F = F_x\Delta x = (-17.32\,\text{N})(25\,\text{m}) = -433\,\text{J}.$$

Para el cálculo del trabajo de la fuerza de rozamiento $\vec{F}_{\text{roz}}$, debemos tener en cuenta que

$$\Delta E_{\text{mec}} = W_{\text{nc}} = W_F + W_{\text{roz}}.$$

Despejamos $W_{\text{roz}}$:

$$W_{\text{roz}} = \Delta E_{\text{mec}} - W_F = (-675\,\text{J}) - (-433\,\text{J}) = -242\,\text{J}.$$

También podemos calcular la fuerza de rozamiento $F_{\text{roz}}$:

$$W_{\text{roz}} = F_{\text{roz}} \Delta x \cos(180^\circ) = -F_{\text{roz}} \Delta x.$$

Despejamos $F_{\text{roz}}$:

$$-242\,\text{J} = -F_{\text{roz}}(25\,\text{m}) \quad \Rightarrow \quad F_{\text{roz}} = \frac{242\,\text{J}}{25\,\text{m}} = 9.68\,\text{N}.$$

**Por lo tanto, los trabajos realizados son:**

* **Trabajo de la fuerza aplicada: $\boldsymbol{W_F = -433\,\text{J}}$,**
* **Trabajo de la fuerza de rozamiento: $\boldsymbol{W_{\text{roz}} = -242\,\text{J}}$,**
* **Trabajo del peso y la normal: $\boldsymbol{W_P = W_N = 0\,\text{J}}$.**

# Pregunta A. Opción 2. Campo Gravitatorio

a) **i. Deduzca razonadamente la expresión de la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de un planeta.**
**ii. La masa y el radio de la Tierra son 81 y 3,67 veces la masa y el radio de la Luna, respectivamente. ¿Qué relación existe entre las velocidades de escape desde las superficies de la Tierra y la Luna? Razone su respuesta.**

b) **Se desea poner alrededor de Júpiter un satélite artificial en órbita circular estacionaria (igual periodo que el planeta). Un día en Júpiter es 0,41 veces el día terrestre y la masa de Júpiter es 318 veces la de la Tierra.**
**i. Determine el radio orbital alrededor de Júpiter.**
**ii. La relación que existe entre los radios orbitales de dos satélites que orbitan estacionariamente alrededor de la Tierra y de Júpiter.**

**Datos:** $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2kg^{-2}}$; $M_{\text{Júpiter}} = 1,9 \cdot 10^{27}\ \mathrm{kg}$; $T_{\text{Tierra}} = 24\ \mathrm{h}$

**Solución:**

a) **i. Deduzca razonadamente la expresión de la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de un planeta.**

La velocidad de escape es la velocidad mínima necesaria que debe tener un cuerpo de masa $m$ para escapar del campo gravitatorio de un planeta de masa $M$ y radio $R$, sin necesidad de aplicar energía adicional una vez lanzado. Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica y considerando que en el infinito tanto la energía cinética como la potencial gravitatoria son cero, tenemos:

$$E_{\text{inicial}} = E_{\text{final}}.$$

La energía mecánica inicial es la suma de la energía cinética inicial y la energía potencial gravitatoria en la superficie del planeta:

$$E_{\text{inicial}} = \frac{1}{2}mv^2_{\text{escape}} - \frac{G \cdot M \cdot m}{R}.$$

La energía mecánica final en el infinito es cero:

$$E_{\text{final}} = 0.$$

Igualando ambas energías:

$$\frac{1}{2}mv^2_{\text{escape}} - \frac{G \cdot M \cdot m}{R} = 0.$$

Despejando $v_{\text{escape}}$:

$$\frac{1}{2}mv^2_{\text{escape}} = \frac{G \cdot M \cdot m}{R} \quad \Rightarrow \quad v^2_{\text{escape}} = \frac{2G \cdot M}{R} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}}.$$

**Por lo tanto, la expresión de la velocidad de escape es $\boldsymbol{v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}}}$.**

**ii. La masa y el radio de la Tierra son 81 y 3,67 veces la masa y el radio de la Luna, respectivamente. ¿Qué relación existe entre las velocidades de escape desde las superficies de la Tierra y la Luna? Razone su respuesta.**

La velocidad de escape depende de la masa y el radio del planeta:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2\,G\,M}{R}}.$$

Por lo tanto, la relación entre las velocidades de escape de la Tierra y la Luna es:

$$\frac{v_{\text{escape Tierra}}}{v_{\text{escape Luna}}} = \sqrt{\frac{M_{\text{Tierra}}/R_{\text{Tierra}}}{M_{\text{Luna}}/R_{\text{Luna}}}} = \sqrt{\frac{M_{\text{Tierra}} \cdot R_{\text{Luna}}}{M_{\text{Luna}} \cdot R_{\text{Tierra}}}}.$$

Dado que $M_{\text{Tierra}} = 81\, M_{\text{Luna}}$ y $R_{\text{Tierra}} = 3{,}67\, R_{\text{Luna}}$:

$$\frac{v_{\text{escape Tierra}}}{v_{\text{escape Luna}}} = \sqrt{\frac{81\, M_{\text{Luna}} \cdot R_{\text{Luna}}}{M_{\text{Luna}} \cdot 3{,}67\, R_{\text{Luna}}}} = \sqrt{\frac{81}{3{,}67}} \approx 4{,}7.$$

**Por lo tanto, la velocidad de escape desde la Tierra es aproximadamente 4,7 veces mayor que la de la Luna.**

**b) Se desea poner alrededor de Júpiter un satélite artificial en órbita circular estacionaria (igual periodo que el planeta). Un día en Júpiter es 0,41 veces el día terrestre y la masa de Júpiter es 318 veces la de la Tierra.**

**i. Determine el radio orbital alrededor de Júpiter.**

Primero, calculamos el periodo de rotación de Júpiter:

$$T_{\text{Júpiter}} = 0{,}41 \cdot T_{\text{Tierra}} = 0{,}41 \cdot 24\,\text{h} = 9{,}84\,\text{h}.$$

Convertimos el periodo a segundos:

$$T_{\text{Júpiter}} = 9{,}84 \cdot 3600\,\text{s} = 35\,424\,\text{s}.$$

Aplicamos la tercera Ley de Kepler para órbitas circulares:

$$T^2 = \frac{4\,\pi^2\, R^3}{G\, M}.$$

Despejando $R$:

$$R^3 = \frac{G\, M\, T^2}{4\,\pi^2} \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt[3]{\frac{G\, M\, T^2}{4\,\pi^2}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$R = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2} \cdot 1{,}9 \cdot 10^{27}\,\text{kg} \cdot (35\,424\,\text{s})^2}{4\,\pi^2}} = 1{,}59 \cdot 10^8\,\text{m}.$$

**Por lo tanto, el radio orbital alrededor de Júpiter es $1{,}59 \cdot 10^8$ m.**

**Por lo tanto, la solución es....**

**ii. La relación que existe entre los radios orbitales de dos satélites que orbitan estacionariamente alrededor de la Tierra y de Júpiter.**

Usando la tercera Ley de Kepler:

$$R^3 = \frac{G\, M\, T^2}{4\,\pi^2}.$$

La relación entre los radios orbitales es:

$$\frac{R^3_{\text{Júpiter}}}{R^3_{\text{Tierra}}} = \frac{M_{\text{Júpiter}}\, T^2_{\text{Júpiter}}}{M_{\text{Tierra}}\, T^2_{\text{Tierra}}}.$$

Dado que $M_{\text{Júpiter}} = 318\, M_{\text{Tierra}}$ y $T_{\text{Júpiter}} = 0{,}41\, T_{\text{Tierra}}$:

$$\frac{R^3_{\text{Júpiter}}}{R^3_{\text{Tierra}}} = \frac{318\, M_{\text{Tierra}} \cdot (0{,}41\, T_{\text{Tierra}})^2}{M_{\text{Tierra}} \cdot (T_{\text{Tierra}})^2} = \frac{318 \cdot 0{,}1681\, M_{\text{Tierra}}\, T^2_{\text{Tierra}}}{M_{\text{Tierra}}\, T^2_{\text{Tierra}}} = 53{,}478.$$

Entonces,

$$\frac{R_{\text{Júpiter}}}{R_{\text{Tierra}}} = \sqrt[3]{53{,}478} \approx 3{,}77.$$

**Por lo tanto, el radio orbital alrededor de Júpiter es aproximadamente 3,77 veces el de la Tierra.**

# Pregunta B. Opción 1. Campo Electromagnético

**a) Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:**
   **i. ¿Puede ser nulo el flujo magnético a través de una espira colocada en una región en la que existe un campo magnético?**
   **ii. El hecho de que la f.e.m. inducida en una espira sea nula en un instante determinado, ¿implica que no hay flujo magnético en la espira en ese instante?**

**b) Una bobina formada por 100 espiras circulares de radio 5 cm está situada en el interior de un campo magnético uniforme dirigido en la dirección del eje de la bobina y de módulo $B(t) = 0,1 - 0,1\,t^2$ (S.I.). Determine:**
   **i. el flujo magnético en la bobina para $t = 2\,\mathrm{s}$.**
   **ii. la fuerza electromotriz inducida en la bobina para $t = 2\,\mathrm{s}$.**
   **iii. el instante de tiempo en el que la fuerza electromotriz inducida es nula.**

**Solución:**

**a) Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:**
   **i. ¿Puede ser nulo el flujo magnético a través de una espira colocada en una región en la que existe un campo magnético?**

Sí, el flujo magnético a través de una espira puede ser nulo aunque exista un campo magnético en la región. El flujo magnético $\Phi_B$ está dado por:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta,$$

donde:
* $B$ es el módulo del campo magnético,
* $S$ es el área de la espira,
* $\theta$ es el ángulo entre el campo magnético y el vector normal a la superficie de la espira.

Si la espira está orientada de modo que $\theta = 90^\circ$, entonces $\cos 90^\circ = 0$ y el flujo magnético es cero:

$$\Phi_B = B \cdot S \cdot \cos 90^\circ = 0.$$

**Por lo tanto, el flujo magnético puede ser nulo si la espira está perpendicular al campo magnético.**

   **ii. El hecho de que la f.e.m. inducida en una espira sea nula en un instante determinado, ¿implica que no hay flujo magnético en la espira en ese instante?**

No necesariamente. La fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida en una espira está dada por la Ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Si la f.e.m. inducida es nula ($\mathcal{E} = 0$), esto significa que el flujo magnético a través de la espira es constante en el tiempo ($\frac{d\Phi_B}{dt} = 0$), pero el flujo magnético $\Phi_B$ puede tener cualquier valor distinto de cero.

**Por lo tanto, una f.e.m. inducida nula no implica ausencia de flujo magnético, sino que el flujo es constante en ese instante.**

b) **Una bobina formada por 100 espiras circulares de radio 5 cm está situada en el interior de un campo magnético uniforme dirigido en la dirección del eje de la bobina y de módulo $\boldsymbol{B(t) = 0,1 - 0,1\,t^2}$ (S.I.). Determine:**

i. **el flujo magnético en la bobina para $\boldsymbol{t = 2}$ s.**

Sabemos que

$$N = 100\,\text{espiras}, \quad r = 5\,\text{cm} = 0{,}05\,\text{m}, \quad B(t) = 0{,}1 - 0{,}1\,t^2.$$

Calculamos el área de cada espira:

$$S = \pi\,r^2 = \pi \cdot (0{,}05\,\text{m})^2 = \pi \cdot 0{,}0025\,\text{m}^2 = 7{,}85 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2.$$

El flujo magnético total en la bobina es:

$$\Phi(t) = N \cdot B(t) \cdot S \cdot \cos\alpha.$$

Dado que el campo magnético es paralelo al eje de la bobina, $\alpha = 0°$ y $\cos 0° = 1$:

$$\Phi(t) = N \cdot B(t) \cdot S.$$

Sustituyendo los valores:

$$\Phi(t) = 100 \cdot \left(0{,}1 - 0{,}1\,t^2\right) \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3}\,\text{Wb}.$$

Para $t = 2\,\text{s}$:

$$B(2) = 0{,}1 - 0{,}1 \cdot (2)^2 = 0{,}1 - 0{,}4 = -0{,}3\,\text{T},$$
$$\Phi(2) = 100 \cdot (-0{,}3) \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3} = -0{,}2355\,\text{Wb}.$$

**Por lo tanto, el flujo magnético en la bobina para $\boldsymbol{t = 2}$ s es $\boldsymbol{-0{,}2355}$ Wb.**

ii. **la fuerza electromotriz inducida en la bobina para $\boldsymbol{t = 2}$ s.**

La fuerza electromotriz inducida se calcula mediante la Ley de Faraday:

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -N \cdot S \cdot \frac{dB(t)}{dt}.$$

Calculamos la derivada temporal del campo magnético:

$$\frac{dB(t)}{dt} = -0{,}1 \cdot 2t = -0{,}2t.$$

Entonces:

$$\mathcal{E}(t) = -N \cdot S \cdot (-0{,}2t) = N \cdot S \cdot 0{,}2t.$$

Sustituyendo los valores numéricos:

$$\mathcal{E}(t) = 100 \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}2t = 0{,}157\,t\,\text{V}.$$

Para $t = 2\,\text{s}$:

$$\mathcal{E}(2) = 0{,}157 \cdot 2 = 0{,}314\,\text{V}.$$

**Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en la bobina para $\boldsymbol{t = 2}$ s es 0,314 V.**

iii. **el instante de tiempo en el que la fuerza electromotriz inducida es nula.**

La f.e.m. inducida es:

$$\mathcal{E}(t) = 0{,}157\,t.$$

Para que $\mathcal{E}(t) = 0$, debe cumplirse:

$$0{,}157\,t = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 0\,\text{s}.$$

**Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida es nula en el instante $\boldsymbol{t = 0}$ s.**

# Pregunta B. Opción 2. Campo Electromagnético

a) i. **Explique qué es una superficie equipotencial. ¿Qué forma tienen las superficies equipotenciales del campo eléctrico creado por una carga puntual?**
   ii. **Razone el trabajo realizado por la fuerza eléctrica sobre una carga que se desplaza por una superficie equipotencial.**

b) **Dos cargas puntuales iguales de valor $-1,2 \cdot 10^{-6}$ C están situadas en los puntos $A(0,8)$ m y $B(6,0)$ m. Una tercera carga de valor $-1,5 \cdot 10^{-6}$ C se sitúa en el punto $P(3,4)$ m. Calcule:**
   i. **la fuerza eléctrica total ejercida sobre la carga situada en $P$, apoyándose en un esquema.**
   ii. **el trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar la tercera carga desde el infinito hasta el punto $P$.**

**Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N m$^2$C$^{-2}$**

**Solución:**

a) i. **Explique qué es una superficie equipotencial. ¿Qué forma tienen las superficies equipotenciales del campo eléctrico creado por una carga puntual?**

Una superficie equipotencial es el conjunto de puntos en el espacio donde el potencial eléctrico tiene el mismo valor. Esto significa que no existe diferencia de potencial entre dichos puntos, y por lo tanto, no se realiza trabajo al mover una carga eléctrica a lo largo de esta superficie.
Para una carga puntual, el potencial eléctrico depende únicamente de la distancia $r$ a la carga y está dado por:

$$V = \frac{K \cdot Q}{r},$$

donde $K$ es la constante de Coulomb y $Q$ es la carga puntual. Las superficies equipotenciales son esferas concéntricas alrededor de la carga, ya que todos los puntos que están a la misma distancia $r$ de la carga tienen el mismo potencial.

**Por lo tanto, las superficies equipotenciales de una carga puntual son esferas concéntricas con centro en la carga.**

ii. **Razone el trabajo realizado por la fuerza eléctrica sobre una carga que se desplaza por una superficie equipotencial.**

El trabajo $W$ realizado por la fuerza eléctrica al mover una carga $q$ entre dos puntos es:

$$W = -q \cdot \Delta V,$$

donde $\Delta V$ es la diferencia de potencial eléctrico entre los puntos inicial y final. En una superficie equipotencial, $\Delta V = 0$ porque el potencial es constante en toda la superficie.
Por lo tanto:

$$W = -q \cdot 0 = 0.$$

Esto implica que no se realiza trabajo al mover una carga a lo largo de una superficie equipotencial, ya que la fuerza eléctrica es perpendicular al desplazamiento.

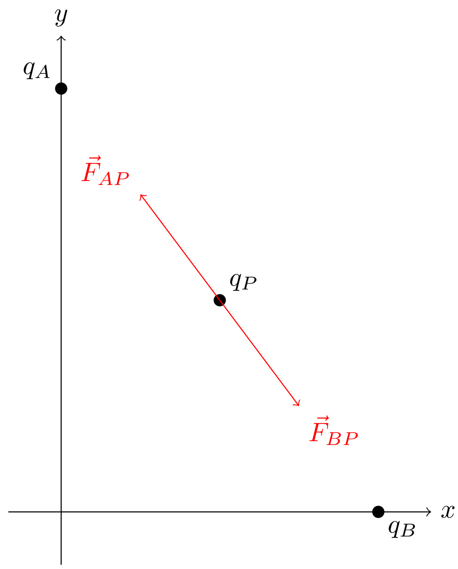
**Por lo tanto, el trabajo realizado es cero cuando una carga se desplaza por una superficie equipotencial.**

b) **Dos cargas puntuales iguales de valor $-1,2 \cdot 10^{-6}$ C están situadas en los puntos $A(0,8)$ m y $B(6,0)$ m. Una tercera carga de valor $-1,5 \cdot 10^{-6}$ C se sitúa en el punto $P(3,4)$ m. Calcule:**

i. **la fuerza eléctrica total ejercida sobre la carga situada en $P$, apoyándose en un esquema.**

Se tiene que
- $q_A = q_B = -1{,}2 \cdot 10^{-6}$ C,
- $q_P = -1{,}5 \cdot 10^{-6}$ C,
- $K = 9 \cdot 10^9$ N m$^2$ C$^{-2}$.

Gráficamente:




Las fuerzas eléctricas ejercidas por $q_A$ y $q_B$ sobre $q_P$ se calculan mediante la Ley de Coulomb:

$$F = K \cdot \frac{|q_A| \cdot |q_P|}{r^2}.$$

Calculamos las distancias:

$$r_{AP} = \sqrt{(3-0)^2 + (4-8)^2} = \sqrt{9+16} = 5\,\text{m},$$
$$r_{BP} = \sqrt{(3-6)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{9+16} = 5\,\text{m}.$$

Las magnitudes de las fuerzas son iguales debido a la simetría:

$$F = K \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}}{(5)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}8 \cdot 10^{-12}}{25} = 6{,}48 \cdot 10^{-4}\,\text{N}.$$

Las fuerzas son repulsivas (las cargas son del mismo signo), por lo que $q_P$ es empujada en direcciones opuestas por $q_A$ y $q_B$. Debido a la simetría del problema, las componentes horizontales y verticales de las fuerzas se cancelan:

$$\vec{F}_{AP} + \vec{F}_{BP} = \vec{0}.$$

**Por lo tanto, la fuerza eléctrica total sobre la carga en $P$ es cero.**

ii. **el trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar la tercera carga desde el infinito hasta el punto $P$.**

El trabajo realizado por el campo eléctrico es igual a la energía potencial eléctrica en el punto $P$:

$$W = -q_P \cdot V_P.$$

El potencial total en $P$ es la suma de los potenciales debido a $q_A$ y $q_B$:

$$V_P = V_A + V_B = K \cdot \left( \frac{q_A}{r_{AP}} + \frac{q_B}{r_{BP}} \right).$$

Dado que $r_{AP} = r_{BP} = 5\,\mathrm{m}$ y $q_A = q_B$:

$$V_P = 2 \cdot K \cdot \frac{q_A}{5} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-1{,}2 \cdot 10^{-6}}{5} = -4{,}32 \cdot 10^3\,\mathrm{V}.$$

Entonces, el trabajo es:

$$W = -q_P \cdot V_P = -(-1{,}5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}) \cdot (-4{,}32 \cdot 10^3\,\mathrm{V}) = -6{,}48 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{J}.$$

Nótese que el trabajo es negativo, lo que indica que se requiere una fuerza externa para mover la carga $q_P$ desde el infinito hasta $P$ contra el campo eléctrico.

**Por lo tanto, el trabajo realizado es $\mathbf{-6{,}48 \cdot 10^{-3}\,J}$.**

# Pregunta C. Opción 1. Ondas

a) **Demuestre razonadamente, a partir de la ecuación de onda, cómo varían la velocidad y la aceleración máxima de oscilación de una onda armónica en las siguientes situaciones:**
   i. **Se duplica la amplitud sin modificar el periodo.**
   ii. **Se duplica la frecuencia sin modificar la amplitud.**

b) **En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación viene dada por: $y(x,t) = 0,2 \cdot \cos(0,2\pi x + 0,25\pi t + \pi)$ (S.I.). Calcule razonadamente:**
   i. **la frecuencia y la longitud de onda.**
   ii. **la velocidad de propagación de la onda, especificando su dirección y sentido de propagación.**
   iii. **la velocidad máxima de oscilación de la onda.**

**Solución:**

a) **Demuestre razonadamente, a partir de la ecuación de onda, cómo varían la velocidad y la aceleración máxima de oscilación de una onda armónica en las siguientes situaciones:**
   i. **Se duplica la amplitud sin modificar el periodo.**

La ecuación de una onda armónica es:

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \phi_0).$$

La velocidad de oscilación se obtiene derivando respecto al tiempo:

$$v(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t - kx + \phi_0).$$

La velocidad máxima de oscilación es:

$$v_{\max} = A \cdot \omega.$$

La aceleración de oscilación es la derivada de la velocidad respecto al tiempo:

$$a(x,t) = \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t - kx + \phi_0).$$

La aceleración máxima de oscilación es:

$$a_{\max} = A \cdot \omega^2.$$

Si se duplica la amplitud ($A' = 2A$) sin modificar el periodo (por lo tanto, $\omega$ constante):

$$v'_{\max} = 2A \cdot \omega = 2v_{\max},$$

$$a'_{\max} = 2A \cdot \omega^2 = 2a_{\max}.$$

**Por lo tanto, al duplicar la amplitud sin modificar el periodo, la velocidad y la aceleración máxima de oscilación se duplican.**

   ii. **Se duplica la frecuencia sin modificar la amplitud.**

Si se duplica la frecuencia ($f' = 2f$), la frecuencia angular se duplica ($\omega' = 2\omega$), ya que

$$\omega = 2\pi f.$$

Manteniendo la amplitud constante ($A' = A$):

$$v'_{\max} = A \cdot \omega' = A \cdot 2\omega = 2v_{\max},$$

$$a'_{\max} = A \cdot (\omega')^2 = A \cdot (2\omega)^2 = 4A \cdot \omega^2 = 4a_{\max}.$$

**Por lo tanto, al duplicar la frecuencia sin modificar la amplitud, la velocidad máxima de oscilación se duplica y la aceleración máxima se cuadruplica.**

b) **En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación viene dada por: $y(x,t) = 0,2 \cdot \cos(0,2\pi x + 0,25\pi t + \pi)$ (S.I.). Calcule razonadamente:**

i. **la frecuencia y la longitud de onda.**

Identificamos los parámetros de la ecuación de la onda:

$$A = 0{,}2\,\mathrm{m}, \quad k = 0{,}2\pi\,\mathrm{rad/m}, \quad \omega = 0{,}25\pi\,\mathrm{rad/s}, \quad \phi_0 = \pi\,\mathrm{rad}.$$

La frecuencia angular y el número de onda están relacionados con la frecuencia ($f$) y la longitud de onda ($\lambda$):

$$\omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0{,}25\pi}{2\pi} = 0{,}125\,\mathrm{Hz}.$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0{,}2\pi} = 10\,\mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, la frecuencia es 0,125 Hz y la longitud de onda es 10 m.**

ii. **la velocidad de propagación de la onda, especificando su dirección y sentido de propagación.**

La velocidad de propagación de la onda es:

$$v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k} = \frac{0{,}25\pi}{0{,}2\pi} = 1{,}25\,\mathrm{m/s}.$$

Observando la forma de la ecuación de la onda:

$$y(x,t) = A \cdot \cos(kx + \omega t + \phi_0),$$

vemos que el signo de $kx$ y $\omega t$ es positivo. Esto indica que la onda se propaga en el sentido negativo del eje $x$.

**Por lo tanto, la onda se propaga en el sentido negativo del eje $x$ con una velocidad de 1,25 m/s.**

iii. **la velocidad máxima de oscilación de la onda.**

La velocidad máxima de oscilación es:

$$v_{\max} = A \cdot \omega = 0{,}2\,\mathrm{m} \cdot 0{,}25\pi\,\mathrm{rad/s} = 0{,}157\,\mathrm{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad máxima de oscilación de la onda es 0,157 m/s.**

# Pregunta C. Opción 2. Ondas

a) **Un rayo de luz monocromática duplica su longitud de onda al pasar del medio 1 al medio 2.**
   i. **Determine razonadamente la relación entre los índices de refracción de los medios.**
   ii. **Deduzca si el rayo se acerca o aleja de la normal a la superficie y explique si puede darse la reflexión total.**

b) **Sobre una lámina de caras planas y paralelas, rodeada de aire, incide un rayo de luz monocromática formando un ángulo de 80° con la normal a las superficies de las láminas. La longitud de onda del rayo en la lámina vale $3\lambda_0/4$, siendo $\lambda_0$ la longitud de onda en el aire.**
   i. **Halle el índice de refracción en la lámina.**
   ii. **Calcule el ángulo de refracción en la lámina y represente en un esquema la trayectoria del rayo.**
   iii. **Obtenga el espesor de la lámina sabiendo que el rayo tarda $5,28 \cdot 10^{-10}$ s en atravesarla. Justifique sus respuestas.**

**Datos:** $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $n_{\text{aire}} = 1$

**Solución:**

a) **Un rayo de luz monocromática duplica su longitud de onda al pasar del medio 1 al medio 2.**
   i. **Determine razonadamente la relación entre los índices de refracción de los medios.**

El índice de refracción de un medio está relacionado con la longitud de onda en ese medio mediante:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda},$$

donde $\lambda_0$ es la longitud de onda en el vacío (o en el aire si $n_{\text{aire}} = 1$) y $\lambda$ es la longitud de onda en el medio. Como la frecuencia $f$ de la luz no cambia al pasar de un medio a otro, podemos escribir:

$$n \cdot \lambda = \text{constante}.$$

Entonces, para los dos medios:

$$n_1 \cdot \lambda_1 = n_2 \cdot \lambda_2.$$

Dado que la longitud de onda en el medio 2 es el doble que en el medio 1:

$$\lambda_2 = 2 \cdot \lambda_1.$$

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$n_1 \cdot \lambda_1 = n_2 \cdot (2 \cdot \lambda_1),$$

simplificando:

$$n_1 = 2 \cdot n_2.$$

Por lo tanto, la relación entre los índices de refracción es:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{2}.$$

**Por lo tanto, el índice de refracción del medio 2 es la mitad del índice de refracción del medio 1, es decir, $n_2 = \frac{1}{2} n_1$.**

**ii. Deduzca si el rayo se acerca o aleja de la normal a la superficie y explique si puede darse la reflexión total.**

Según la Ley de Snell:

$$n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \cdot \sin\theta_2.$$

Como $n_2 < n_1$ (ya que $n_2 = \frac{1}{2}\,n_1$), entonces:

$$\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin\theta_1 = 2 \cdot \sin\theta_1.$$

Esto implica que $\theta_2 > \theta_1$, es decir, el ángulo de refracción es mayor que el de incidencia. Por lo tanto, el rayo se aleja de la normal al pasar del medio 1 al medio 2.

Para que se produzca reflexión total interna, la luz debe pasar de un medio más refringente a uno menos refringente ($n_1 > n_2$) y el ángulo de incidencia debe ser mayor que el ángulo crítico, dado por:

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}.$$

En este caso, como $n_2 < n_1$, es posible que se produzca reflexión total si $\theta_1 > \theta_c$.

**Por lo tanto, el rayo se aleja de la normal y es posible que se produzca reflexión total interna.**

**b) Sobre una lámina de caras planas y paralelas, rodeada de aire, incide un rayo de luz monocromática formando un ángulo de 80° con la normal a las superficies de las láminas. La longitud de onda del rayo en la lámina vale $3\lambda_0/4$, siendo $\lambda_0$ la longitud de onda en el aire.**

**i. Halle el índice de refracción en la lámina.**

Sabemos que la relación entre el índice de refracción y la longitud de onda es:

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda},$$

donde $\lambda_0$ es la longitud de onda en el aire y $\lambda$ es la longitud de onda en el medio. Dado que:

$$\lambda = \frac{3}{4}\,\lambda_0,$$

entonces

$$n = \frac{\lambda_0}{\frac{3}{4}\,\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} = 1{,}33.$$

**Por lo tanto, el índice de refracción de la lámina es $n = \frac{4}{3}$.**

**ii. Calcule el ángulo de refracción en la lámina y represente en un esquema la trayectoria del rayo.**

Aplicamos la Ley de Snell:

$$n_{\text{aire}} \cdot \sin\theta_i = n_{\text{lámina}} \cdot \sin\theta_r.$$

Se tiene que

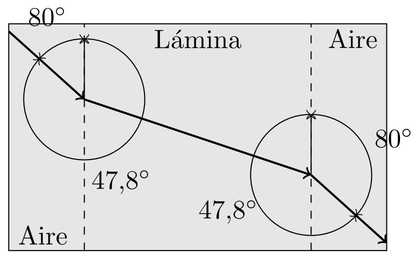
$$n_{\text{aire}} = 1, \quad \theta_i = 80^\circ, \quad n_{\text{lámina}} = \frac{4}{3}.$$

Despejamos el ángulo de refracción $\theta_r$:

$$\sin\theta_r = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{lámina}}}\cdot\sin\theta_i = \frac{1}{\frac{4}{3}}\cdot\sin 80^\circ = \frac{3}{4}\cdot\sin 80^\circ = 0{,}7386 \quad\Rightarrow\quad \theta_r = \arcsin(0{,}7386) = 47{,}8^\circ.$$

**Por lo tanto, el ángulo de refracción en la lámina es aproximadamente 47,8°.**

**El esquema de la trayectoria del rayo es:**




**iii. Obtenga el espesor de la lámina sabiendo que el rayo tarda $5,28\cdot 10^{-10}$ s en atravesarla. Justifique sus respuestas.**

Primero, calculamos la velocidad de la luz en el medio:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3\cdot 10^8\,\text{m/s}}{\frac{4}{3}} = \frac{9\cdot 10^8}{4}\,\text{m/s} = 2{,}25\cdot 10^8\,\text{m/s}.$$

La distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina es:

$$d = v\cdot t = 2{,}25\cdot 10^8\,\text{m/s}\cdot 5{,}28\cdot 10^{-10}\,\text{s} = 0{,}1188\,\text{m}.$$

El espesor de la lámina $e$ es la proyección de esta distancia en la dirección normal a la lámina. Dado que el rayo atraviesa la lámina con un ángulo $\theta_r = 47{,}8^\circ$:

$$e = d\cdot\cos\theta_r = 0{,}1188\,\text{m}\cdot\cos 47{,}8^\circ = 0{,}0801\,\text{m}.$$

**Por lo tanto, el espesor de la lámina es 0,08 m.**

# Pregunta D. Opción 1. Física Moderna

a) **Justifique, indicando los principios que aplica, cuál de las reacciones nucleares propuestas no produce los productos mencionados:**
   i. $^{14}_{7}N + n \longrightarrow {}^{14}_{6}C + p$
   ii. $^{28}_{14}Si + \alpha \longrightarrow {}^{29}_{15}P + n$

b) i. **Determine, indicando los principios aplicados, los valores de $c$ y $Z$ en la siguiente reacción nuclear:**

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{145}_{Z}La + c\,^{1}_{0}n$$

   ii. **Calcule la energía liberada cuando se fisionan un millón de núcleos de uranio siguiendo la reacción anterior.**

**Datos: m($^{235}_{92}$U) = 235,043930 u; m($^{145}_{Z}$La) = 144,921651 u; m($^{88}_{35}$Br) = 87,924074 u; m$_n$ = 1,008665 u; 1 u = 1,66 · $10^{-27}$ kg; c = 3 · $10^{8}$ m/s.**

**Solución:**

a) **Justifique, indicando los principios que aplica, cuál de las reacciones nucleares propuestas no produce los productos mencionados:**
   i. $^{14}_{7}N + n \longrightarrow {}^{14}_{6}C + p$

Analizamos la conservación del número atómico ($A$) y del número atómico ($Z$):
Conservación del número atómico ($A$):

$$A_{\text{izquierda}} = 14 + 1 = 15,$$

$$A_{\text{derecha}} = 14 + 1 = 15.$$

Conservación del número atómico ($Z$):

$$Z_{\text{izquierda}} = 7 + 0 = 7,$$

$$Z_{\text{derecha}} = 6 + 1 = 7.$$

Ambas cantidades se conservan, por lo que la reacción es posible.

**Por lo tanto, esta reacción sí produce los productos mencionados.**

   ii. $^{28}_{14}Si + \alpha \longrightarrow {}^{29}_{15}P + n$

Analizamos la conservación del número atómico ($A$) y del número atómico ($Z$):

Conservación del número atómico ($A$):

$$A_{\text{izquierda}} = 28 + 4 = 32,$$

$$A_{\text{derecha}} = 29 + 1 = 30.$$

Como $32 \neq 30$, el número atómico no se conserva.

Conservación del número atómico ($Z$):

$$Z_{\text{izquierda}} = 14 + 2 = 16,$$

$$Z_{\text{derecha}} = 15 + 0 = 15.$$

Como $16 \neq 15$, el número atómico no se conserva.

**Por lo tanto, esta reacción no produce los productos mencionados porque no se conservan $A$ y $Z$.**

**b) i. Determine, indicando los principios aplicados, los valores de $c$ y $Z$ en la siguiente reacción nuclear:**

$$\boldsymbol{{}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{145}_{Z}La + c\,{}^{1}_{0}n}$$

Aplicamos la ley de conservación del número atómico ($A$) y del número atómico ($Z$).

Conservación del número atómico ($A$):

$$A_{\text{izquierda}} = 235 + 1 = 236,$$

$$A_{\text{derecha}} = 145 + 88 + c \cdot 1 = 233 + c.$$

Igualando:

$$236 = 233 + c \quad \Rightarrow \quad c = 3.$$

Conservación del número atómico ($Z$):

$$Z_{\text{izquierda}} = 92 + 0 = 92,$$

$$Z_{\text{derecha}} = Z + 35 + c \cdot 0 = Z + 35.$$

Igualando:

$$92 = Z + 35 \quad \Rightarrow \quad Z = 57.$$

Por lo tanto, $Z = 57$ corresponde al elemento Lantano (${}^{145}_{57}\text{La}$) y $c = 3$.

**Por lo tanto, los valores son $Z = 57$ y $c = 3$.**

**ii. Calcule la energía liberada cuando se fisionan un millón de núcleos de uranio siguiendo la reacción anterior.**

Calculamos la energía liberada por un núcleo mediante la diferencia de masas ($\Delta m$) y la relación $E = \Delta m \cdot c^2$. Tenemos que

* $m({}^{235}_{92}\text{U}) = 235{,}043930\,\text{u}$,
* $m({}^{1}_{0}n) = 1{,}008665\,\text{u}$,
* $m({}^{145}_{57}\text{La}) = 144{,}921651\,\text{u}$,
* $m({}^{88}_{35}\text{Br}) = 87{,}924074\,\text{u}$,
* $m_n = 1{,}008665\,\text{u}$,
* $c = 3 \cdot 10^8\,\text{m/s}$,
* $1\,\text{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$.

La masa inical es:

$$m_{\text{inicial}} = m({}^{235}_{92}\text{U}) + m({}^{1}_{0}n) = 235{,}043930\,\text{u} + 1{,}008665\,\text{u} = 236{,}052595\,\text{u}.$$

La masa final es:

$$m_{\text{final}} = m({}^{145}_{57}\text{La}) + m({}^{88}_{35}\text{Br}) + c \cdot m_n = 144{,}921651\,\text{u} + 87{,}924074\,\text{u} + 3 \cdot 1{,}008665\,\text{u} = 235{,}871720\,\text{u}.$$

Entonces,

$$\Delta m = m_{\text{inicial}} - m_{\text{final}} = 236{,}052595\,\text{u} - 235{,}871720\,\text{u} = 0{,}180875\,\text{u}.$$

Convertimos a kilogramos:

$$\Delta m = 0{,}180875\,\text{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u} = 3{,}0035 \cdot 10^{-28}\,\text{kg}.$$

Ahora bien, la energía liberada por núcleo es:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 3{,}0035 \cdot 10^{-28}\,\text{kg} \cdot (3 \cdot 10^8\,\text{m/s})^2 = 2{,}7031 \cdot 10^{-11}\,\text{J}.$$

Entonces, la energía total para un millón de núcleos resulta:

$$E_{\text{total}} = E \cdot 1{,}0 \cdot 10^6 = 2{,}7031 \cdot 10^{-11}\,\text{J} \cdot 1{,}0 \cdot 10^6 = 2{,}7031 \cdot 10^{-5}\,\text{J}.$$

**Por lo tanto, la energía liberada es $\mathbf{2{,}7031 \cdot 10^{-5}}$ J.**

# Pregunta D. Opción 2. Física Moderna

a) **Dos partículas tienen la misma energía cinética. Deduzca de manera razonada la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie si la masa de la primera es un tercio de la masa de la segunda.**

b) **Un protón se mueve con una velocidad de $3,8 \cdot 10^3$ m/s. Determine razonadamente:**
   i. **la longitud de onda de De Broglie asociada a dicho protón.**
   ii. **la energía cinética de un electrón que tuviera igual momento lineal que el protón.**
   iii. **la velocidad del electrón.**

**Datos:** $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg

**Solución:**

a) **Dos partículas tienen la misma energía cinética. Deduzca de manera razonada la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie si la masa de la primera es un tercio de la masa de la segunda.**

Sean las dos partículas de masas $m_1$ y $m_2$, con $m_1 = \frac{1}{3}m_2$. Dado que tienen la misma energía cinética:

$$E_{c,1} = E_{c,2}.$$

La energía cinética viene dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

Entonces,

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad \Rightarrow \quad m_1v_1^2 = m_2v_2^2.$$

Sustituyendo $m_1 = \frac{1}{3}m_2$:

$$\frac{1}{3}m_2v_1^2 = m_2v_2^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{3}v_1^2 = v_2^2.$$

Despejando $v_1$:

$$v_1^2 = 3v_2^2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{3}\,v_2.$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Calculamos la relación entre las longitudes de onda:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{h}{m_1v_1} \cdot \frac{m_2v_2}{h} = \frac{m_2v_2}{m_1v_1}.$$

Sustituyendo $m_1 = \frac{1}{3}m_2$ y $v_1 = \sqrt{3}\,v_2$:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{m_2v_2}{\left(\frac{1}{3}m_2\right)\left(\sqrt{3}\,v_2\right)} = \frac{m_2v_2}{\frac{1}{3}m_2\sqrt{3}\,v_2} = \frac{1}{\frac{1}{3}\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de la primera partícula es $\sqrt{3}$ veces la de la segunda, es decir, $\lambda_1 = \sqrt{3}\,\lambda_2$.**

**b) Un protón se mueve con una velocidad de $3,8 \cdot 10^3$ m/s. Determine razonadamente:**
**i. la longitud de onda de De Broglie asociada a dicho protón.**

La longitud de onda de De Broglie del protón es:

$$\lambda = \frac{h}{m_p \cdot v_p}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot 3{,}8 \cdot 10^3\,\text{m/s}} = 1{,}045 \cdot 10^{-10}\,\text{m}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie asociada al protón es $\mathbf{1{,}045 \cdot 10^{-10}}$ m.**

**ii. la energía cinética de un electrón que tuviera igual momento lineal que el protón.**

Si el electrón tiene el mismo momento lineal que el protón:

$$p_e = p_p = m_p \cdot v_p.$$

La energía cinética del electrón es:

$$E_\text{c} = \frac{1}{2} m_e v_e^2.$$

Como $p_e = m_e v_e$, entonces:

$$v_e = \frac{p_e}{m_e} = \frac{m_p v_p}{m_e}.$$

Sustituyendo en la expresión de $E_\text{c}$:

$$E_\text{c} = \frac{1}{2} m_e \left(\frac{m_p v_p}{m_e}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{(m_p v_p)^2}{m_e} = \frac{1}{2} \frac{(1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot 3{,}8 \cdot 10^3\,\text{m/s})^2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 2{,}214 \cdot 10^{-17}\,\text{J}.$$

**Por lo tanto, la energía cinética del electrón es $\mathbf{2{,}214 \cdot 10^{-17}}$ J.**

**iii. la velocidad del electrón.**

Como $v_e = \dfrac{m_p v_p}{m_e}$:

$$v_e = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot 3{,}8 \cdot 10^3\,\text{m/s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}} = \frac{6{,}346 \cdot 10^{-24}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}\,\text{m/s} = 6{,}973 \cdot 10^6\,\text{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad del electrón es $\mathbf{6{,}973 \cdot 10^6}$ m/s.**